

## Esercizi svolti - Modulo 4

1. Si osservi la seguente tabella semplice e la si completi con le relative frequenze assolute percentuali.

| Modalità              | Frequenza assoluta | Frequenza % |
|-----------------------|--------------------|-------------|
| Promossi senza debito | 15                 |             |
| Promossi con debito   | 10                 |             |
| Non promossi          | 2                  |             |
| Totale                | 27                 | 100         |

**Sol.:**

$$15:27=x:100, x = \frac{15 \cdot 100}{27} = 55.5\%$$

$$10:27=x:100, x = \frac{10 \cdot 100}{27} = 37\%$$

$$2:27=x:100, x = \frac{2 \cdot 100}{27} = 7.4\%$$

| Modalità              | Frequenza assoluta | Frequenza % |
|-----------------------|--------------------|-------------|
| Promossi senza debito | 15                 | 55.5        |
| Promossi con debito   | 10                 | 37          |
| Non promossi          | 2                  | 7.4         |
| Totale                | 27                 | 100         |

2. Data la tabella, se ne vuole fare una rappresentazione tramite areogramma. A quali angoli corrispondono le percentuali date?

| Tipo di scuola         | Scuola dell'infanzia | Scuola elementare | Scuola media | Scuola superiore | Totale |
|------------------------|----------------------|-------------------|--------------|------------------|--------|
| Percentuale di docenti | 10.66                | 32.44             | 23.93        | 32.97            | 100    |

**Sol.:**

$$10.66:100=x:360, x = \frac{10.66 \cdot 360}{100} = 38.37^\circ$$

$$32.44:100=x:360, x = \frac{32.44*360}{100}=116.8^\circ$$

$$23.93:100=x:360, x = \frac{23.93*360}{100}=86.1^\circ$$

$$32.97:100=x:360, x = \frac{32.97*360}{100}=118.7^\circ$$

3. Uno studente, interrogato 5 volte, riporta i seguenti voti:

7   6   6   8   7

Qual è la media aritmetica dei voti riportati? Si può affermare che, effettuando la media aritmetica dei primi tre voti( $m_1$ ) e quella degli ultimi due( $m_2$ ), la media aritmetica di queste due medie( $M_1$ ) coincide con la media aritmetica dei 5 voti?

**Sol.:**  $M = \frac{7+6+6+8+7}{5} = 6.8.$

$$m_1 = \frac{7+6+6}{3} = 6.\bar{3}, \quad m_2 = \frac{8+7}{2} = 7.5, \quad M_1 = \frac{6.\bar{3}+7.5}{2} = 6.9 \neq M.$$

4. Una persona ha realizzato, in 30 giornate di lavoro, i seguenti guadagni: 140 € al giorno per 8 giorni; 110 € al giorno per 10 giorni; 95 € al giorno per 9 giorni; nessun guadagno per 3 giorni. Calcola il guadagno medio giornaliero.

**Sol.:**

$$140 * 8 = 1120\text{€}$$

$$110 * 10 = 1100\text{€}$$

$$95 * 9 = 855\text{€}$$

$$M = \frac{1120+1100+855}{30} = 102.5\text{€}.$$

5. Un'azienda decide di dare una gratifica di 900 € alla metà dei suoi dipendenti, di 1200 € ad  $1/4$  di essi, di 1500 € ad  $1/5$  e di 2000 € alla parte rimanente. Quant'è la gratifica media pagata dall'azienda?

**Sol.:**

Indichiamo con  $D$  il numero totale dei dipendenti.

$$\frac{1}{2}D \longrightarrow 900\text{€}$$

$$\frac{1}{4}D \longrightarrow 1200\text{€}$$

$$\frac{1}{5}D \longrightarrow 1500\text{€}$$

$$(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5})D = \frac{1}{20} \longrightarrow 2000\text{€}$$

$$M = \frac{900 * \frac{1}{2}D + 1200 * \frac{1}{4}D + 1500 * \frac{1}{5}D + 2000 * \frac{1}{20}D}{D} = 1150\text{€}$$

6. Delle 200 persone presenti in una sala, 80 hanno 18 anni; 70 ne hanno 17; 40 hanno 16 anni; 5 hanno 32 anni ed altri 5 ne hanno 40. Calcola:
- la mediana e la moda delle età delle 200 persone;
  - la media aritmetica di tali età;
  - la semidispersione massima;
  - lo scarto semplice medio delle età dalla loro media aritmetica;
  - lo scarto quadratico medio delle età dalla loro media aritmetica.

**Sol.:**

a) Mediana=17 anni; Moda=18 anni.

$$b) M = \frac{16*40+17*70+18*80+32*5+40*5}{200} = \frac{3630}{200} = 18.15$$

$$c) \frac{\delta}{2} = (40 - 16) : 2 = 12$$

d)

$$s = \frac{40 * |16 - 18.15| + 70 * |17 - 18.15| + 80 * |18 - 18.15| + 5 * |32 - 18.15| + 5 * |40 - 18.15|}{200} =$$

$$= \frac{40 * 2.15 + 70 * 1.15 + 80 * 0.15 + 5 * 13.85 + 5 * 21.85}{200} = \frac{361.5}{200} \sim 1.8$$

e)

$$\sigma = \sqrt{\frac{40 * (16 - 18.15)^2 + 70 * (17 - 18.15)^2 + 80 * (18 - 18.15)^2 + 5 * (32 - 18.15)^2 + 5 * (40 - 18.15)^2}{200}} \sim 4.2$$

7. Si estrae a caso uno dei 90 numeri della tombola. Calcola la probabilità che esso sia un numero:

- pari;
- primo;
- divisibile per 7;
- divisore di 90.

**Sol.:**

a) I pari sono 45, allora  $p = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

b) I primi sono 2,3,5,7,11,12,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89 e ne sono 24 e  $p = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$

c) I divisibili per 7 sono 7,14,21,28,35,42,49,56,63,70,77,84 e ne sono 12 e  $p = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$

d) I divisori di 90 sono 2,3,5,15,9,10 e  $p = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$

8. Un'urna contiene delle palline, che possono essere bianche o nere, di vetro o di plastica. Precisamente: 12 palline sono bianche, 10 nere, 4 palline bianche sono di plastica, 3 palline nere sono di vetro. Viene estratta a caso una pallina dall'urna. Calcola la probabilità che sia:
- bianca;
  - nera;
  - di plastica;
  - di vetro;
  - bianca e di plastica;

f) bianca e di vetro; g) nera e di plastica; h) nera e di vetro.

**Sol.:**

$$\text{a)} p = \frac{12}{22} = \frac{6}{11}; \text{ b)} p = \frac{10}{22} = \frac{5}{11}; \text{ c)} p = \frac{4+7}{22} = \frac{11}{22} = \frac{1}{2}; \text{ d)} p = \frac{8+3}{22} = \frac{11}{22} = \frac{1}{2}; \text{ e)} p = \frac{4}{22} = \frac{2}{11}; \text{ f)} p = \frac{8}{22} = \frac{4}{11}; \text{ g)} p = \frac{7}{22}; \text{ h)} p = \frac{3}{22}.$$

9. Estrazione alla tombola. Sia l'evento A: *il numero estratto sia un multiplo di 30* e l'evento B: *estratto un numero dispari*. Qual è la probabilità che venga estratto un multiplo di 30 o un numero dispari?

**Sol.:** Si tratta di calcolare  $p(A \cup B)$ <sup>1</sup>.  $p(A) = \frac{3}{90}$ ,  $p(B) = \frac{45}{90}$ . Allora  $p(A \cup B) = \frac{3}{90} + \frac{45}{90} = \frac{48}{90}$ .

10. Si lancia una volta un dado. Sia l'evento A: *esce un divisore di 5* e l'evento B: *esce un divisore di 6*. Qual è la probabilità che esca un divisore di 5 o di 6?

**Sol.:** Si tratta di calcolare  $p(A \cup B)$ <sup>2</sup>, con A e B eventi compatibili.  $p(A) = \frac{2}{6}$ ,  $p(B) = \frac{2}{6}$ ,  $p(A \cap B) = \frac{1}{6}$ . Allora  $p(A \cup B) = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

11. Si lanciano contemporaneamente un dado e una moneta. Qual è la probabilità che esca testa e il numero 6?

**Sol.:** Sia l'evento A: *testa* e B: *numero 6*, si deve allora calcolare la probabilità di  $p(A \cap B)$  con A e B indipendenti<sup>3</sup>.  $p(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ,  $p(B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ , allora  $p(A \cap B) = \frac{1}{2} * \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ .

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|---|----|----|----|----|----|----|
| T | T1 | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 |
| C | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |

12. In una scatola di dolci sono contenuti 27 cioccolatini, di cui 9 al liquore. Calcola la probabilità che estraendo a caso uno dopo l'altro 4 cioccolatini senza rimetterli nella scatola:

a) siano tutti al liquore; b) nessuno sia al liquore.

**Sol.:**

Siamo nel caso di probabilità condizionata<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Per A e B incompatibili,  $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

<sup>2</sup>Per A e B compatibili,  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ . Con  $p(A \cap B)$  si intende la probabilità che i due eventi accadano entrambi, o anche la probabilità dell'insieme intersezione di A con B

<sup>3</sup>Due o più eventi si dicono *indipendenti* se il verificarsi dell'uno non condiziona in verificarsi dell'altro. Se questo accade sono detti *dependenti*. Per eventi indipendenti  $p(A \cap B) = p(A) * p(B)$

<sup>4</sup>Si parla di probabilità condizionata quando gli eventi sono dipendenti. In questo caso  $p(A \cap B) = p(A|B) * p(B)$ . Con  $p(A|B)$  si indica la probabilità che si verifichi A sapendo che si è verificato B

$$a)p = \frac{9}{27} * \frac{8}{26} * \frac{7}{25} * \frac{6}{24} = \frac{7}{975}$$

$$b)p = \frac{18}{27} * \frac{17}{26} * \frac{16}{25} * \frac{15}{24} = \frac{34}{195}$$

13. Un'urna contiene 1370 palline diversamente colorate. In seguito a 100 estrazioni casuali di una pallina (che dopo ogni estrazione è stata rimessa nell'urna), si è ottenuto l'esito riassunto nella tabella 5, che sei invitato a completare. Stabilisci qual è, con approssimazione, la composizione dell'urna e qual è la probabilità che, in una estrazione successiva, la pallina estratta sia: a) bianca; b) bianca o perlomeno non nera.

|                         | p.<br>bianca | p.<br>nera | p.<br>rossa | p.<br>verde |
|-------------------------|--------------|------------|-------------|-------------|
| n<br>frequenza assoluta | 25           | 38         | 14          | 23          |
| f<br>frequenza relativa |              |            |             |             |

Tab. 5

**Sol.:**

Si ricordi che  $f = \frac{n}{N}$ . Allora si ha

|                         | p.<br>bianca | p.<br>nera | p.<br>rossa | p.<br>verde |
|-------------------------|--------------|------------|-------------|-------------|
| n<br>frequenza assoluta | 25           | 38         | 14          | 23          |
| f<br>frequenza relativa | 0.25         | 0.38       | 0.14        | 0.23        |

Tab. 5

Composizione dell'urna:

Palline bianche:  $0.25 * 1370 \sim 342$

Palline nere:  $0.38 * 1370 \sim 521$

Palline rosse:  $0.14 * 1370 \sim 192$

Palline verdi:  $0.23 * 1370 \sim 315$

$$a)p = \frac{342}{1370} \sim 0.25$$

$$b)p = \frac{1370-521}{1370} \sim 0.62.$$

14. Un'urna contenente 30 biglie bianche, 20 nere e altre blu. sapendo che la probabilità di estrarre a caso una bianca o una blu è  $11/15$ , calcola quante sono le biglie blu.

**Sol.:**

La probabilità che esca una biglia nera è  $p_N = 1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$ . Allora le biglie in totale sono date da  $4:15=20:x$ , da cui  $x = \frac{15*20}{4} = 75$ . Infine le biglie blu sono  $75-30-20=25$ .